

Modelo Básico utilizado en la Proyección Financiera del Sistema Previsional Contributivo

Luis Camacho

Adriana Scardino

Asesoría General en Seguridad Social

Banco de Previsión Social

Uruguay

Introducción

En los análisis metodológicos que figuran en la presentación de los principales resultados de la proyección financiera del sistema previsional contributivo administrado por el BPS, se basan una serie de funciones recursivas que permiten relacionar en el tiempo las diversas variables exógenas y endógenas que inciden directa o indirectamente en los resultados finales.

La agrupación de tales funciones permiten definir el modelo específico utilizado en la proyección financiera del sistema de reparto administrado por el Banco de Previsión Social, que hemos denominado PRESOL a los efectos de su más sencilla identificación.

En el presente documento se presentan los principales desarrollos del modelo, iniciando el análisis de las variables físicas para luego plantear las funciones que permiten calcular los diversos movimientos financieros de cada año. En el último capítulo se consolidan los resultados financieros previamente analizados, agregándose además los impuestos afectados, gastos de administración y otras prestaciones.

Es de destacar que el modelo pretende reflejar exclusivamente la evolución de las diversas variables en el escenario base.

I. Análisis de la Evolución de Cotizantes

1. Contenido

En este capítulo se analiza en primer término la dinámica prevista para el análisis de los puestos cotizantes, en cuanto a su cambio en el tiempo, las opciones por régimen previsional, los pases de categoría salarial, para llegar por último al planteo de las ecuaciones de recurrencia asociadas a los mismos.

Se describe luego la metodología seguida para la proyección demográfica de los puestos cotizantes. En tal sentido se muestran las ecuaciones que modelan la dinámica del número de cotizantes, el procedimiento utilizado y los supuestos realizados respecto a cada uno de los componentes que definen la evolución de la población cotizante.

2. Dinámica de los cotizantes

2.1. Cambio en el tiempo

El número de cotizantes en un momento dado del tiempo se lo define como el número de cotizantes del año anterior incrementado por la tasa de crecimiento (decrecimiento) en el período.

$$C(t) = C(t-1) * (1 + c(t)) \quad (1)$$

Donde:

C(t-1): Población promedio de cotizantes en el período anterior

C(t): Población promedio de cotizantes en el período t

c(t): Tasa de variación de los cotizantes en el período t

Desde otro punto de vista, se tiene que los cotizantes de un año son iguales al número de cotizantes del año anterior, descontados aquellos que fallecen, se invalidan en forma permanente o se jubilan en el período, y adicionando las altas brutas en el año. En particular, los activos que se invalidan en forma permanente para todo trabajo, no se los

considera como un componente independiente sino que se supone que pasan a recibir una jubilación por incapacidad total y por lo tanto quedan comprendidos en las altas de jubilaciones.

$$C(t) = C(t-1) + AC(t) - MC(t) - AJ(t) \quad (2)$$

Donde:

AC: Altas de cotizantes

MC: Defunciones de cotizantes

AJ: Altas por Jubilaciones de cotizantes por invalidez, vejez y edad avanzada

Si se igualan las ecuaciones (1) y (2) y se despeja *AC(t)*, se tiene que las altas totales de cotizantes que se verifican en un período equivalen al crecimiento neto de la población ocupada en el período más las bajas del período. Dicho de otra forma, para que la población cotizante pueda crecer al ritmo de la población ocupada de la economía, las altas de cotizantes debe crecer a una tasa superior de forma que compensen las bajas del período.

$$AC(t) = c(t) * C(t-1) + MC(t) + AJ(t) \quad (3)$$

Para modelar la evolución de la población cotizante se utilizan las ecuaciones (2) y (3). El cambio del total de cotizantes del período anterior al siguiente se estima a partir de la evolución de cada componente; los nuevos ingresos al mercado laboral, las bajas por mortalidad y las jubilaciones. La evolución temporal de cada componente se estima en forma separada.

2.2. Apertura por niveles salariales y opciones

La complejidad del régimen jubilatorio definido en la Ley 16.713 requiere considerar además de las categorías mencionadas, la apertura de los cotizantes por niveles de salarios y las opciones del afiliado.

En el modelo se distinguen cuatro niveles salariales. A efectos de considerar el perfil salarial de los trabajadores a lo largo de la vida laboral se definió una dinámica de trasiegos entre niveles de salarios a los que se los denominó "pases". Los pases son el número de cotizantes que a consecuencia de la movilidad salarial, pasan de una categoría de ingreso a la siguiente.

Las opciones se refieren a que un cotizante puede elegir pertenecer solo al régimen solidario o formar parte del mixto (solidario más ahorro individual). Esta decisión de opción también se considera dinámica en el tiempo.

2.2.1 Pases a un nivel de ingreso superior

La apertura de cotizantes por niveles de salarios hace que sea necesario reformular la ecuación (2) e incorporar la dinámica de los "pases" entre categorías de ingreso.

$$C(n, t) = C(n, t-1) + AC(n, t) - MC(n, t) - AJ(n, t) + PC(n, t) - PC(n+1, t) \quad (4)$$

Donde:

PC(n, t): Pases de cotizantes del nivel n-1 al nivel de ingreso n (1,2,3 ó 4)

El número de cotizantes en el período t de la categoría de ingreso n es igual al número de cotizantes de esa misma categoría en el período anterior, más las altas que ingresan a esta categoría n de ingreso en este período, menos las bajas (por muerte o jubilación) en esta categoría n de ingreso en el período, más los pases de los cotizantes que en el período

anterior estuvieron en la categoría de ingreso inferior n-1 menos los cotizantes que en este período pasan a la siguiente categoría de ingreso n+1.

Los pases se dan para los niveles de ingresos 2, 3 y 4. Para los cotizantes del Nivel 4, la diferencia es que se tienen pases que provienen del nivel 3, pero no hay pases al nivel superior, ya que este es el máximo nivel de ingresos de aportación.

En la ecuación (4) se plantea la lógica de los pases entre categorías de salarios, pero advirtiendo que la formulación es más compleja ya que los pases se efectúan dentro de cada régimen (solidario y mixto) y luego se consideran en conjunto.

2.2.2 Cambios por opciones

Los optantes son los cotizantes que de acuerdo al artículo 8 de la Ley 16.713 eligen aportar en ambos pilares. Están en condiciones de efectuar esta opción los cotizantes que se encuentran en el Nivel 1 de salarios. Se diferencian dos clases de cotizantes: los del stock y las altas de cada año. A cada uno de ellos se les aplica los coeficientes de opción correspondiente para obtener el número total de optantes de cada año.

$$OC(1, m, t) = [C(1, s, t-1) - MC(1, s, t) - AJ(1, s, t) - PC(2, s, t)] * w1(t) + AC(1, s, t) * w2(t) \quad (5)$$

Donde:

$OC(1, m, t)$: Número de cotizantes del nivel $n = 1$ que optan por el régimen $r = m$ mixto en el período t

$w1(t)$: tasa global de incorporación (u opción) de cotizantes preexistentes del régimen solidario $r = s$ del nivel 1, al régimen mixto de nivel 1, en el período t .

$w2(t)$: tasa global de incorporación (u opción) de nuevos cotizantes del régimen solidario $r = s$ del nivel 1, al régimen mixto de nivel 1, en el período t .

En (5) el número total de nuevos optantes por el régimen mixto m en el período t es una proporción $w1(t)$ del número de cotizantes del régimen solidario del Nivel 1 del año anterior que siguen activos, más una proporción $w2(t)$ de las altas de los nuevos cotizantes del período.

2.3. Ecuación básica de los cotizantes

Tomando en consideración los elementos reseñados y desagregando por sexo y edad, se puede plantear en términos generales dos ecuaciones que resumen la dinámica del número de cotizantes.

La ecuación que define la evolución de los cotizantes en el régimen solidario es la siguiente (afiliados que se mantienen en el sistema solidario exclusivamente):

$$C(x, e, n, s, t) = C(x, e-1, n, s, t-1) + AC(x, e, n, s, t) - MC(x, e, n, s, t) - AJ(x, e, n, s, t) + PC(x, e, n, s, t) - PC(x, e, n+1, s, t) - OC(x, e, n, s, t) \quad (6.1)$$

Con :

$OC(x, e, n, s, t) = 0$ para $n = 2, 3, 4$

$PC(x, e, n, s, t) = 0$ para $n = 1$

$PC(x, e, n+1, s, t) = 0$ para $n = 4$

$AC(x, e, n, s, t) = 0$ para $n = 2, 3, 4$

La ecuación que define la evolución de los cotizantes en el régimen mixto es la siguiente (afiliados que están en ambos regímenes, por haber optado por integrarse además al ahorro individual):

$$C(x, e, n, m, t) = C(x, e-1, n, m, t-1) - MC(x, e, n, m, t) - AJ(x, e, n, m, t) + PC(x, e, n, m, t) - PC(x, e, n+1, m, t) + OC(x, e, n, s, t) \quad (6.2)$$

Con :

$$\begin{aligned} OC(x, e, n, s, t) &= 0 \text{ para } n=2,3,4 \\ PC(x, e, n+1, m, s, t) &= 0 \text{ para } n=4 \\ PC(x, e, n, m, t) &= 0 \text{ para } n=1 \end{aligned}$$

Las variables están indexadas en cinco categorías: el sexo, la edad, el nivel de ingreso, el régimen aplicable y el tiempo. El recorrido de cada índice es el siguiente:

x : sexo, h para hombres y m para mujeres

e : edad, comprendidas entre 14 y 99 años

n : nivel de ingreso, se determinada en base a los niveles establecidos en la Ley 16.713 (a valores de Mayo de 1995)

r : tipo de régimen aplicable; s para el solidario y m para el régimen mixto

t : año de la proyección; de (2015 a 2055)

3. Tratamiento de la dinámica de los movimientos de cotizantes

A continuación se describe el procedimiento para el cálculo de los componentes de las ecuaciones (6.1) y (6.2) definidas en el capítulo anterior.

Se parte de la población de cotizantes al BPS promedio 2008 y se simuló las bajas y altas anuales para los años siguientes. El período de simulación se extendió hasta el año 2055.

La población promedio del período anterior se merma a partir de las tablas de mortalidad y las bajas por jubilación. Las altas anuales son las suficientes de manera que luego de compensar las bajas por mortalidad y jubilación permiten crecer a los cotizantes al ritmo de la población ocupada.

A continuación se detallan el procedimiento utilizado y los supuestos realizados respecto a cada uno de los componentes modelados en la proyección.

3.1. Altas

La **población inicial** de cotizantes, año base, corresponde al promedio del 2008. Se discriminó por edad simple, sexo, nivel de ingreso y régimen aplicable. Los datos fueron obtenidos de salidas especiales de las bases de datos de ATYR.

$$C(x, e, n, r, 0) \quad (7)$$

Las **altas** de cada año son el número de nuevos cotizantes. La desagregación de las altas queda determinada por la ecuación (8). El ingreso a la cotización se supone que se produce a edades tempranas siguiendo una distribución por sexo y edad que se mantiene constante

en el tiempo. Los nuevos cotizantes se supone que se incorporan al régimen solidario y al Nivel 1.

$$AC(x, e, 1, s, t) = ATC(t) * yc(x, e) \quad (8)$$

Donde:

ACT(t): Altas de cotizantes totales en el año t

yc(x, e): Proporción de las altas de cotizantes desagregadas por sexo y edad. La suma de yc es igual a uno. Esta estructura es invariable en el tiempo.

El valor ACT(t) se obtiene de acuerdo a la fórmula (3) presentada en el capítulo anterior.

La tasa de crecimiento del número total de cotizantes $c(t)$ corresponde a la tasa de crecimiento de la población ocupada total país. El supuesto implícito es que las tasas de afiliación no cambian en el sentido de modificar los niveles de evasión por no declaración existentes en el año base.

3.2. Bajas

La población cotizante del año anterior se sometió a bajas por mortalidad y por jubilación.

El flujo anual de **fallecimientos** se determina a partir de la evolución de la población cotizantes sujeta durante los años de vida activa a las probabilidades de muerte.

$$MC(x, e, n, r, t) = C(x, e-1, n, r, t-1) * q(x, e) \quad (9)$$

Donde:

q(x, e): tasa de mortalidad por sexo y edad.

Se utilizaron las tablas de mortalidad dinámicas ajustada para reproducir la mortalidad de la población amparada al BPS.

Los nuevos **jubilados** de cada año se determinan a partir de los cotizantes del año anterior al que se les aplican las tasas de jubilación por sexo y edad.

$$AJ(x, e, n, r, t) = C(s, e-1, n, r, t-1) * j(x, e) \quad (10)$$

Donde:

j(x, e): tasa de jubilación por sexo y edad.

La tasa de jubilación varía por sexo, edad y causal jubilatoria. Las tasas de jubilaciones a edades menores a los mínimos legales de la causal por vejez (común) se supone que corresponden a la causal por invalidez total. Estos valores se determinaron a partir de las altas de jubilaciones observadas en el año 2008.

Los **pases** de cotizantes de un nivel de ingreso al siguiente vienen dados por la siguiente expresión.

$$PC(x, e, n, r, t) = PT(n, t) * z(x, e, n, r) \quad (11)$$

Donde:

$PT(n, t)$: Total de pases al nivel superior n en el año t , que se obtienen de la siguiente expresión:

$$PT(n, t) = AC(n) + PT(n-1, t) + C(n, t-1) * c(t) - MC(n, t) - AJ(n, t) \quad (12)$$

Con:

$AC(n) = 0$ para $n = 2, 3, 4$

$PT(n-1, t) = 0$ para $n = 1$

$z(x, e, n, r)$: es la proporción de pases desagregados por sexo, edad, nivel de ingreso y régimen. Para un nivel de ingreso n la suma es igual a uno. Ese porcentaje es idéntico al que representan los cotizantes de esa edad en el total de cotizantes del nivel n , luego que se ajustan los cotizantes del año anterior por las variaciones correspondientes a fallecidos, jubilaciones y altas de ese año.

El valor de los pases totales de cada nivel al superior en cada año $PT(n, t)$ se obtienen aplicando rutinas específicas que difieren según el nivel de ingreso y el régimen aplicable. La lógica general es que los pases se efectúan dentro de cada régimen (solidario y mixto) y luego se consideran en conjunto. En el caso particular de los cotizantes del régimen solidario y del Nivel 1, los pases se dan al Nivel 2 y hacia el régimen mixto.

Los **optantes** del primer año y siguientes se calcularon a partir de la expresión (5) desarrollada en el capítulo anterior. Las tasas globales de opción fueron estimadas para todo el período de proyección en $w_1(t) = 0.001$ y $w_2(t) = 0.89$ en función del análisis de la información histórica.

4. Síntesis

El resultado más significativo de este capítulo es el planteo global de la función recursiva que permite estimar el nivel de cotizantes para cada una de las categorías definidas en todo el horizonte de tiempo de la proyección. Esta expresión final es la siguiente:

La ecuación que define la evolución de los cotizantes es la siguiente (afiliados que se mantienen en el sistema solidario exclusivamente):

$$C(x, e, n, r, t) = C(x, e-1, n, r, t-1) + AC(x, e, n, r, t) - MC(x, e, n, r, t) - AJ(x, e, n, r, t) + PC(x, e, n, r, t) - PC(x, e, n+1, r, t) - OC(x, e, n, r, t)$$

Las variables de la función reflejan: el sexo, la edad, el nivel de ingreso, el régimen aplicable y el año en el que están estimados los cotizantes. Existen además ciertas condiciones básicas para las diversas funciones asociadas a las opciones, pases de categoría y altas.

La ecuación que define la evolución de los cotizantes en el régimen mixto es la siguiente (afiliados que están en ambos regímenes, por haber optado por integrarse además al ahorro individual):

$$C(x, e, n, m, t) = C(x, e-1, n, m, t-1) - MC(x, e, n, m, t) - AJ(x, e, n, m, t) + PC(x, e, n, m, t) - PC(x, e, n+1, m, t) + OC(x, e, n, s, t)$$

Existen para ambos casos ciertas condiciones básicas que deben cumplir las diversas funciones asociadas a las opciones, pases de categoría y altas.

Por lo tanto, el número total de cotizantes para cada régimen lo podemos obtener planteado la siguientes expresión:

$$C(t) = \sum_x \sum_e \sum_n [C(x, e, n, s, t) + C(x, e, n, m, t)]$$

Donde las sumatorias se realizan para todo el recorrido de las tres variables consideradas.

II. Análisis de la Evolución de Jubilados

1. Contenido

Se analizan los aspectos metodológicos más significativos asociados al número de jubilados, en particular se plantean las relaciones funcionales más relevantes entre las diversas variables físicas que inciden en la estimación del nivel de las jubilaciones de diversos tipos.

Las proyecciones parten del stock actual incorporándole las jubilaciones generadas a partir de la aplicación de las tasas de jubilaciones a los cotizantes por edad simple y por año.

2. Dinámica de los jubilados

Para poder analizar y proyectar la población de jubilados de nuestro sistema de Seguridad Social, debemos tener en cuenta que es un sistema contributivo, por lo cual para poder obtener una jubilación por causal común se requiere tener 60 años de edad y un mínimo de 30 años de servicios con cotización efectiva (para los períodos cumplidos en carácter de trabajador no dependiente) o con registración en la historia laboral (para los períodos cumplidos en carácter de trabajador dependiente). Se otorgan además jubilaciones por incapacidad o por edad avanzada.

2.1. Número total de Jubilados

$$SJ(t) = SJ(t-1) + J(t) - MJ(t) \quad (1)$$

Donde **SJ** representan al número de jubilados de dos años sucesivos y **J** y **MJ** el número de altas y de bajas de un año a otro, puesto que suponemos que la evolución de la cantidad de beneficiarios del sistema tiene a las altas de jubilaciones de cotizantes y las bajas por fallecimiento como causas únicas de ingresos y salidas del sistema.

Este planteo de carácter general, nos permite obtener el número total de jubilados, pero en la proyección financiera se operó con una muy amplia variedad de categorías tal cual se explicitó seguidamente.

2.2. Jubilados por categorías.

La cantidad de jubilados desagregados por categorías, al momento "t" estará dada por la fórmula siguiente:

$$SJ(x, e, n, r, t) = SJ(x, e-1, n, r, t-1) + J(x, e, n, r, t) - MJ(x, e, n, r, t) \quad (2)$$

Las variables están indexadas en cinco categorías: el sexo, la edad, el nivel de ingreso, el régimen aplicable y el tiempo. El recorrido de cada índice es el siguiente:

- **x**: sexo, "h" para hombres y "m" para mujeres
- **e**: edad, comprendidas entre 21 y 95 años

n: nivel de ingreso, se determina en base a los niveles establecidos en la Ley 16.713

- r: tipo de régimen aplicable; “s” para el solidario y “m” para el régimen mixto
- t: año de la proyección; de 2015 a 2055

Adicionalmente, las diferentes causales jubilatorias (invalidez, vejez y edad avanzada), deben ser consideradas en forma separada puesto que tienen diferente tipo de evolución. Consecuentemente la fórmula anterior será igualmente válida, pero con la salvedad de que la aplicaremos a los tres tipos de beneficiarios mencionadas. Por lo tanto, se debe agregar una nueva dimensión a las ecuaciones tal cual se plantea a continuación:

$$SJ(x, e, n, r, c, t) = SJ(x, e-1, n, r, c, t-1) + J(x, e, n, r, c, t) - MJ(x, e, n, r, c, t) \quad (3)$$

Donde:

“c” indica el tipo de causal jubilatoria (I = Invalidez; V = Vejez y A = edad avanzada).

2.3. Funciones asociadas

Veamos el desarrollo general de las diferentes funciones asociadas a la población a estudio.

En primer término, la asociada a las bajas del stock de jubilados por fallecimiento. En tal sentido cabe apreciar que el flujo anual de fallecimientos se determina a partir de la aplicación de la tasa de mortalidad a la población jubilados según las diversas categorías de la siguiente forma:

$$MJ(x, e, n, r, c, t) = SJ(x, e-1, n, r, c, t-1) * q(x, e) \quad (4)$$

donde:

- q: tasa de mortalidad por sexo y edad.

En segundo lugar, debemos considerar para cada año las altas de jubilaciones. Las nuevas jubilaciones de cada año se determinan a partir de los cotizantes del año anterior a los que se les aplican las tasas de jubilación por sexo y edad.

$$J(x, e, n, r, t) = C(x, e-1, n, r, t-1) * j(x, e) \quad (5)$$

donde:

- j(x, e): tasa de jubilación por sexo y edad.

La tasa de jubilación varía por sexo y edad del cotizante.

De aquí en adelante utilizaremos el término jubilados en lugar de jubilaciones, es decir efectuaremos el análisis refiriéndonos a la persona y no a la prestación.

Para la estimación de las altas por causal, se utiliza la función de distribución de las altas: d(x, e, c), que permite dividir el número de altas totales de jubilaciones de la siguiente forma:

$$J(x, e, n, r, c, t) = J(x, e, n, r, t) * d(x, c, e) \quad (6)$$

donde:

- d(x, I, e) + d(x, V, e) + d(x, A, e) = 1 para todo x y e.

Los valores asociados tanto a “J” y “d” se estimaron a partir de las altas de jubilaciones observadas en el año 2008.

3. Síntesis

El resultado más significativo de este capítulo lo podemos visualizar en la función que permite estimar en el horizonte de análisis el número de jubilados totales, para ello se utiliza la relación básica siguiente:

$$SJ(x, e, n, r, t) = SJ(x, e-1, n, r, t-1) + J(x, e, n, r, t) - MJ(x, e, n, r, t)$$

Las variables son: el sexo, la edad, el nivel de ingreso, el régimen aplicable y el tiempo. Por lo tanto, el número total de jubilados lo podemos obtener planteado la siguientes expresión:

$$SJ(t) = \sum_x \sum_e \sum_n [SJ(x, e, n, r, t)]$$

Donde las sumatorias se realizan para todo el recorrido de las tres variables considerada.

III. Análisis de la Dinámica de Generación de Pensionistas

1. Contenido

El presente estudio analiza específicamente las relaciones funcionales que permiten modelar las características de los pensionistas, considerando diferentes variables que se consideraron relevantes: su sexo, su edad, el tipo de beneficiario (de viudez o de orfandad) y el tipo de causante (activos, nuevos jubilados, o jubilados del stock).

Esta prestación, a diferencia de las otras, no es sólo una relación que definiríamos de “uno a uno”, ya que el fallecimiento de un activo (o jubilado) genera “una pensión” que puede estar constituida por uno o varios “pensionistas”. Es así que tenemos una “cédula pensionaria”, generada por el fallecido, y constituida por la concurrencia de beneficiarios entre los que se distribuirá la asignación de pensión.

2. La dinámica de las pensiones

Se parte del “stock” inicial de pensiones de sobrevivencia, desagregado por sexo y edad, y se incorporan las nuevas pensiones ocasionadas por un fallecimiento, de acuerdo a las categorías que la generan: activos, pasivos del stock actual de jubilaciones y pasivos de las nuevas jubilaciones. Las “altas” se determinan a partir de las probabilidades de generar pensión a diferentes edades y según la integración de la cédula pensionaria.

Hay tres condiciones del generante que intervienen en el cálculo: el nivel de ingreso, el sexo y el tipo de beneficiarios (viuda/o, con copartícipe hijo varón, con copartícipe hija mujer o con ambos). La dinámica es compleja porque estas probabilidades no solo difieren al momento de la causal pensionaria sino también porque varían con el cambio de la estructura de la cédula pensionaria en cada año posterior a la fecha de fallecimiento del causante.

2.1. Probabilidad de Pensión de viuda/o supérstite con hijos beneficiarios

En este caso, en las proyecciones hay que superar una doble dificultad: primero distinguir la categoría de la viuda/o: viuda/o de activos, viuda/o del stock de jubilados o viuda de nuevas jubilaciones. La segunda dificultad, viene de que las viudas/os son clasificadas según su edad, que no es dada sino indirectamente como función de la edad del esposo/a muerto/a.

También en el caso de hijos beneficiarios, nos encontramos con la misma dificultad que en el caso de las viudas: éstos son clasificados según su edad, que no es dada sino indirectamente como función de la edad del esposo/a muerto/a.

Es por ello, que se realizó, a partir de las estadísticas vitales, una estimación de las probabilidades condicionales aplicables, puesto que existen varias condiciones que se deben cumplir a la vez para que se pueda generar una pensión de supervivencia por parte de un cónyuge supérstite.

En los anexos II y III, figura el detalle de las probabilidades asociadas al fallecimiento de todas las edades consideradas en el análisis.

2.2. Tipología de estados posibles

Las probabilidades que se requieren calcular para la estimación del costo de las pensiones de sobrevivencia deben estar referidas a la situación o estado en que se encuentra el grupo familiar del afiliado fallecido, en el momento del fallecimiento y en los años siguientes a dicho suceso.

Como consideramos la posible coparticipación de la esposa, un hijo y una hija, los estados a tener en cuenta estarán referidos a los diversos casos posibles en cuanto a la integración de la cédula pensionaria.

En tal sentido se presentan una serie de combinaciones. A modo de ejemplo, tenemos los siguientes casos, para un año cualquiera a partir del fallecimiento del causante, donde las tres letras finales representarán, en nuestra notación, el caso considerado:

VVV : En este caso existen tres copartícipes : viuda, hijo e hijas.

La viuda(viudo) cumple con los requisitos de ingresos y los hijos son menores de 21 años.

VMM: Tiene derecho la viuda y no los hijos. La viuda(viudo) cumple con los requisitos de ingresos y los hijos son mayores de 21 años o están fallecidos.

VMV: En este caso, tiene derecho la viuda y la hija mujer, y no el hijo varón. La viuda(viudo) cumple con los requisitos de ingresos y el hijo varón es mayor de 21 años o está fallecido, mientras que la hija es menor de 21 años.

Así como en los tres casos ejemplificados, se combinarán todas las situaciones posibles entre viuda/o e hijos, los que darán lugar a pensiones de sobrevivencia, con la única excepción de que la viuda supere el límite de ingresos, o ya haya fallecido, y que ambos hijos sean mayores de 21 años o hayan fallecido: **MMM**.

2.3 Estimación de las probabilidades de los distintos estados a la fecha de fallecimiento

- Pensionistas del año inicial

Se parte de la información histórica con la información disponible sobre los pensionistas clasificados por edad simple y sexo, sin apertura por causante ni cédulas pensionarias.

A esta categoría de beneficiarios, las proyectamos aplicando las probabilidades de sobrevivencia anual que están asociadas a las tablas de mortalidad utilizadas en todo el horizonte de análisis.

- Pensiones y Pensionistas Generadas a partir del año siguiente

En principio se utilizaron estadísticas básicas:

- Probabilidad de estar casado al fallecimiento: $PC(e)$
- Probabilidad de que el esposo/a tenga derecho a pensión $PD(e)$ según el ingreso.
- Edades de los esposos a la fecha de nacimiento de los hijos: Hijo varón e Hija mujer.

Adicionalmente, se establecieron relaciones de recurrencia, que fueron utilizadas en el cálculo de Probabilidad de los diversos estados posibles, para percibir pensiones de sobrevivencia.

En el año de fallecimiento:

$$Po(X) = PE(y) * PH(z) * PHM(w)$$

Donde:

- $X=(y,z,w)$ con y, z, w variables binarias asociadas a la condición de tener derecho a la pensión de la/el viuda/o, hijo mayor e hija menor del/de la causante en condiciones de acceder a una pensión.

- $PE(y)$ es la probabilidad de que el esposo esté en el estado que indica la variable y .

- $PH(z)$ es la probabilidad de que el hijo varón esté en el estado que indica la variable z .

- $PHM(w)$ es la probabilidad de que la hija mujer esté en el estado que indica la variable w .

Téngase presente que $PE(y)$ está condicionada a las probabilidades $PC(e)$ y $PD(e)$, mientras que las asociadas a los hijos que estén con vida a la fecha de fallecimiento están condicionadas a no tener cumplidos los 21 años de edad.

En los años sucesivos:

$$Pt(X) = Pt-1(X) * tPt-1(X,X) + P t-1(NX) * tPt-1(NX,X) \quad \text{con } (t>1)$$

Donde:

- NX está compuesto por el siguiente conjunto de situaciones:

$$NX = \{(ny, z, w); (y, nz, w); (y, z, nw); (ny, nz, w); (ny, z, nw); (y, nz, nw); (ny, nz, nw)\}$$

- $tPt-1(Y,Z)$ es la probabilidad de pasaje del conjunto de estados Y a estados Z entre los años $t-1$ y t .

También se realizó la estimación del número de cédulas pensionarias asociadas a los causantes a una edad "e" dada luego de transcurridos "n" años

fallecimiento de activos en el año t

$$CP(e,t+n) = MC(e,t) * Pn(X)$$

fallecimiento de pasivos

$$CP(e,t+n) = MJ(e,t) * Pn(X)$$

Donde :

- CP(e,t+n) número de cédulas pensionarias luego de transcurridos “n” años luego del fallecimiento del causante.
- MC(e,t) número de cotizantes muertos de edad e en el año t
- MJ(e,t) número de jubilados muertos de edad e en el año t

Estas expresiones se calculan para los diversos años de la proyección y por sexo, y según el afiliado estuviese en actividad o en goce de pasividad.

A partir del número de cédulas pensionarias se realiza una estimación del número de pensionistas, siempre teniendo en cuenta que se verifican X. Suponemos que se cumple la siguiente expresión: $X = (y, z, w)$ donde y, z, w son variables binarias que expresan respectivamente si el esposo/sa, el hijo varón y por última la hija mujer tienen derecho a pensión. Para que ello ocurra cada variable debe ser igual a 1, en caso contrario la variable respectiva será nula.

Por lo tanto, si $y= 1$, el/la esposo/a tiene derecho a pensión por lo que las cédulas pensionarias CP(e,t+n) dan lugar a idéntico número de esposos/as beneficiaras, en caso contrario esas cédulas no dan lugar a beneficiarios esposos/as.

$$NPE (e,t+n) = CP(e,n) \quad \text{si } y=1 \\ = 0 \quad \text{si } y=0$$

Para el cálculo de los hijos e hijas pensionistas debemos tener en cuenta si z y w son iguales a 1 ó 0, en el primer caso CP(e,n) dará lugar a idéntico número de pensionistas hijos o a un número nulo.

$$NPH (e,t+n) = CP(e,n) \quad \text{si } z=1 \\ = 0 \quad \text{si } z=0$$

$$NPHM (e,t+n) = CP(e,n) \quad \text{si } w=1 \\ = 0 \quad \text{si } w=0$$

Donde:

- NPE (e,t+n) es el número de pensionistas esposos en t+n a partir del fallecimiento en t del causante de edad e.
- NPH (e,t+n) es el número de pensionistas hijos varones en t+n a partir del fallecimiento en t del causante de edad e.
- NPHM (e,t+n) es el número de pensionistas hijas mujeres en t+n a partir del fallecimiento en t del causante de edad e.

IV. Análisis de la Evolución de Cotizaciones de Aportes

1. Contenido

En este capítulo se describe en primer término, la metodología seguida para la proyección de la recaudación de aportes de afiliados activos al sistema. En tal sentido se muestran las relaciones funcionales que permiten visualizar en forma más significativa la dinámica de las evoluciones salariales verticales y horizontales, las masas salariales y por último la forma de cálculo de las cotizaciones.

En este punto se analizarán los tratamientos cuantitativos dados a aspectos tales como la evolución salarial y tipos de recaudación que estimamos en la proyección financiera de los recursos del sistema.

2. Evolución de la masa salarial

El salario presenta dos tipos de movimientos en el tiempo, el vertical y el horizontal. La movilidad vertical refleja el cambio de capacidades, experiencia y destrezas individuales a lo largo de la vida laboral del trabajador. La movilidad horizontal se refiere al cambio en el tiempo de la productividad general por efecto de la mejora tecnológica a nivel global de la economía.

Asociadas a cada una de las categorías de cotizantes se establece un salario medio que cambia con la edad del trabajador por la tasa de movilidad vertical y anualmente, con el salario real. Esta última variable refleja la productividad y se determina como la diferencia entre el crecimiento del PBI y de la PEA.

Si suponemos un sueldo a la edad inicial de Se_i y que este sueldo crece por efecto de la movilidad salarial vertical producto de las promociones y ascensos que se puedan verificar durante la vida activa del cotizante que denotamos, para el período comprendido entre las edades " ei " y " j ", por la tasa de crecimiento " $m(ei,j)$ ". Crece además, por efecto de cambios en la productividad general, sin embargo este crecimiento lo obviamos puesto que trabajaremos valores monetarios constantes en términos de salarios. Por lo tanto, el sueldo promedio a una edad " j " cualquiera comprendida entre la edad de inicio y la edad de retiro, será igual

$$S_j = Se_i * (1+m(ei,j)) \quad \text{para} \quad ei-1 \geq j \geq ei$$

En la primer parte de este análisis no se consideran las variaciones de los salarios por efecto de las movilidad horizontal, por lo que decimos que en términos globales que operaremos con salarios constantes. Como se verá, luego introduciremos en las ecuaciones planteadas las variaciones salariales reales en el tiempo, puesto que finalmente los resultados serán presentados en términos constantes de precios y no de salarios.

A los efectos de compatibilizar el siguiente planteo con el de los cotizantes del sistema debemos realizar una mayor apertura de los niveles salariales individuales, de tal forma que tengamos la siguiente expresión general:

$$\text{Salario por sexo, edad para el nivel } n = S(x,e,n,t)$$

Las variables están indexadas en tres categorías: el sexo, la edad y el nivel de ingreso. El recorrido de cada índice es el siguiente:

x : sexo, h para hombres y m para mujeres

e: edad, comprendidas entre 14 y 99 años
n: nivel de ingreso, se determinada en base a los niveles establecidos en la Ley 16.713 (a valores de Mayo de 1995);
t: año de proyección

2.1 Masa salarial básica con salarios constantes.

A partir de la información correspondiente a los niveles salariales, por edad y del número de cotizantes, del año anterior, es posible calcular la masa salarial total potencial básica del sistema, de acuerdo a la siguiente expresión:

$$MSB(t) = \text{SUMA } S(x, e, n, t-1) * C(x, e, n, t)$$

donde $C(x, e, n)$ es igual al número de cotizantes por sexo, edad y nivel salarial y año de proyección y el resultado es la suma de todos los valores posibles ante cambios de variables excepto t, de los factores que figuran en el segundo miembro.

El crecimiento relativo de la masa básica del año t respecto a la Masa ajustada del año anterior lo podemos obtener a partir del cociente :

$$MSB(t) / MSA(t-1)$$

Donde MSA es la masa salarial del año anterior.

2.2 Masa salarial y sueldos ajustados con salarios constantes.

La masa salarial ajustada para el año t debe cumplir la siguiente relación básica:

$$MSA(t) = MSA(t-1) * (PEA(t)/PEA(t-1))$$

Que indica que el crecimiento de las masas salariales totales de cotización debe tener un nivel igual al del crecimiento de la PEA ocupada de ese año respecto al anterior.

Si el cociente $MSB(t) / MSA(t-1)$ es igual al cociente de las PEAs de los dos años consecutivos, se presentan dos situaciones:

si los salarios de los dos años por edad serán iguales por lo que se cumpliría que:

$$S(x, e, n, t) = S(x, e, n, t-1)$$

Si el crecimiento es diferente, será necesario hallar un coeficiente de ajuste $CA(t)$, que permita tal aumento

$$S(x, e, n, t) = S(x, e, n, t-1) * CA(t)$$

Este coeficiente lo hallamos de tal forma que se cumpla la siguiente relación:

$$MSB(t) * CA(t) / MSA(t-1) = PEA(t)/PEA(t-1)$$

Por lo tanto :

$$CA(t) = (PEA(t)/PEA(t-1)) / (MSB(t) / MSA(t-1))$$

Con la nueva expresión para los sueldos por edad, nos aseguramos un crecimiento anual de la masa salarial ajustada igual al crecimiento de la PEA ocupada del año correspondiente. Este supuesto es el establecido para el escenario básico que estamos considerando.

3. Tipos de Sueldos según régimen

Para la proyección financiera de los recursos por aportes es necesario descomponer el salario total de cotización en tres tipos:

- En primer término, los sueldos afectados al sistema solidario (*SBPS*).
- Luego los afectados al sistema de ahorro individual (*AFA*)
- Los sueldos que superan el nivel 3 de previsto en la ley 16.713, puesto que por el excedente de ese nivel existen exoneraciones de aportes (*EXON*).

Debemos tener presente que en todos los casos los salarios comprendidos varían según el nivel salarial y según la opción efectuada por el afiliado por lo que es necesario plantear la siguiente relación general que comprenda a las diversas situaciones:

$$S(x, e, n, r, t) = SBPS(x, e, n, r, t) + SAFAP(x, e, n, r, t) + SEXON(x, e, n, r, t)$$

donde $r = \{1, 2\}$ es el régimen por el que se opta; es decir mantenerse totalmente en el sistema solidario, ó integrarse el régimen mixto, en cuanto a pertenecer tanto el régimen de reparto como al de ahorro individual.

Los niveles de los sueldos parciales, pueden ser obtenidos del sueldo total por categoría de acuerdo a los siguientes criterios:

Cuando el afiliado se mantiene exclusivamente en el régimen de reparto:

$$\begin{aligned} SBPS(x, e, n, 1, t) &= S(x, e, n, r, t) \\ SAFAP(x, e, n, 1, t) &= 0 \\ SEXON(x, e, n, 1, t) &= 0 \end{aligned}$$

Esta situación se puede dar sólo para los afiliados incluidos en el régimen de transición y de quienes estén comprendidos por edad en el régimen mixto, tengan ingresos inferiores al nivel 1 y no hagan la opción por integrarse al régimen de ahorro individual.

Cuando el afiliado realiza la opción por integrarse al régimen de ahorro individual:

Sueldo total menor al nivel 1

$$\begin{aligned} SBPS(x, e, 1, 2, t) &= S(x, e, 1, 2, t)/2 \\ SAFAP(x, e, 1, 2, t) &= S(x, e, 1, 2, t)/2 \\ SEXON(x, e, 1, 2, t) &= 0 \end{aligned}$$

Sueldo total mayor al nivel 1 y menor del nivel 2

$$\begin{aligned} SBPS(x, e, 2, 2, t) &= S(x, e, 2, 2, t) - N/2 \\ SAFAP(x, e, 2, 2, t) &= N/2 \\ SEXON(x, e, 2, 2, t) &= 0 \end{aligned}$$

Sueldo total mayor al nivel 2 y menor del nivel 3

$$\begin{aligned} SBPS(x, e, 3, 2, t) &= N/2 \\ SAFAP(x, e, 3, 2, t) &= S(x, e, 2, 2, t) - N/2 \\ SEXON(x, e, 3, 2, t) &= 0 \end{aligned}$$

$$SEXON(x, e, 3, 2, t)=0$$

Sueldo total mayor al nivel 3

$$SBPS(x, e, 4, 2, t)= N1$$

$$SAFAP(x, e, 4, 2, t)= N1*2$$

$$SEXON(x, e, 4, 2, t)= S(x, e, 2, 2, t)- N1*3$$

Donde los niveles 1, 2, y 3 están asociados a los valores que fija la ley 16.713 para afectar los sueldos de los cotizantes a los dos regímenes. Originalmente su valores eran respectivamente, 5.000; 7.500 y 15.000. En la proyección se computan tales valores al año 2008.

4. Recaudación de Aportes y Transferencias de fondos a las AFAPs

A partir de la información disponible sobre cotizantes totales y sueldos es posible estimar los diversos tipos de recaudación obtenibles sobre las masas salariales.

4.1 Recaudación Potencial Total

La recaudación total posible del sistema en su conjunto se obtiene aplicando a la masa salarial ajustada la tasa total de aportes, que incluye tanto las contribuciones patronales como personales.

$$RECATOT(t) = MSA(t) * TASATOT$$

Donde TASATOT es la tasa de aportes promedio total del sistema que para el año 2008, fue del 23.5% que se descompone de un 8.5% de aporte patronal (TASAPAT) y de un 15% de aporte personal (TASAPER).

La recaudación potencial total, debe evolucionar, en términos relativos, de la misma forma que la PEA ocupada. Téngase presente que aún no hemos incorporado al análisis el crecimiento salarial que se operará por aumentos de la productividad general.

4.2 Recaudación del Régimen de Ahorro

El BPS deberá transferir a las AFAPs , de la recaudación potencial, la cuota parte correspondiente a los aportes personales sobre los sueldos afectados al régimen de ahorro individual, por lo que el nivel total lo podemos hallar en la siguiente expresión:

$$RECAAFAP(t)=SUMA (SAFAP(x, e, n, 2, t)*C(x, e, n, 2, t) *TASAPER)$$

La suma de los productos corresponde a todos los casos, sexos, edades y niveles para el r=2 (opción en la que los trabajadores se integran tanto al sistema solidario como al de ahorro individual) y el año t.

4.3 Recaudación No obtenida por exoneración de Aportes.

En el sistema mixto, quienes se integran al régimen de ahorro individual con salarios superiores al nivel 3, por el excedente a ese nivel se exoneran tanto los aportes patronales como personales, por lo que de la recaudación potencial se debe deducir el siguiente guarismo:

$$RECAEXON(t)= SUMA (SAEXON(x, e, n, 2, t)*C(x, e, n, 2, t) *TASATOT)$$

El sistema de la ley 16.713 no grava este tipo de remuneraciones por lo que consideramos que es una nueva exoneración respecto a la situación general anterior.

4.4 Recaudación del Régimen Solidario

La recaudación del nuevo régimen solidario puede ser obtenida sustrayendo de la recaudación potencial los aportes al régimen de ahorro individual y la recaudación exonerada, por lo que se cumple:

$$\mathbf{RECABPS(t) = RECATOT(t) - RECAAFAP(t) - RECAEXON(t)}$$

Otra forma de calcular la recaudación de este régimen es considerando las masas salariales que quedan afectadas a él, teniendo en cuenta que existirán aportes a él no sólo para $r = 1$ sino que también para $r = 2$, puesto que es el régimen obligatorio para todos los casos.

La otra particularidad es que los aportes patronales son la fuente exclusiva de recursos del régimen solidario, aportes que se calculan sobre el salario total, con excepción de los sueldos exonerados, no importando si el afiliado tiene parte del sueldo afectado al ahorro individual.

5. Evolución salarial horizontal

La evolución salarial horizontal contempla los cambios en los niveles de salarios por efecto de los cambios en la productividad general. El crecimiento anual real de salarios, lo proyectamos en función del mayor aumento del Producto Bruto anual respecto al de la Población Económicamente Activa ocupada.

Para ello debemos calcular un coeficiente de incremento del salario real anual bajo la siguiente expresión:

$$\mathbf{SALR(t) = \frac{PBI(t) / PBI(t-1)}{PEA(t) / PEA(t-1)}}$$

donde $PEA(t)$ y $PEA(t-1)$ representan los niveles de la Población Económicamente Activa ocupada y $PBI(t)$ y $PBI(t-1)$ los niveles del Producto Interno Bruto en los años t y $t-1$ respectivamente.

El incremento acumulado del salario real entre el año 0 y el t , se obtiene mediante la siguiente productoria:

$$\mathbf{SALRAC(t) = SALR(1) * \dots * SALR(t-1) * SALR(t)}$$

Estos coeficientes de crecimiento salariales se aplican a los resultados finales, luego de realizadas todas las operaciones internas y relaciones de recurrencia de la proyección anual.

Se optó por este criterio como consecuencia de que en el sistema todas las variables están afectadas por los cambios reales de los salarios y además de los niveles salariales de cotización, las jubilaciones y pensiones también se ajustan de acuerdo a la variación del índice general de salarios. Además como los Sueldos Básicos Jubilatorios se calculan a partir de promedios de sueldos básicos jubilatorios actualizados de acuerdo a la variación del índice medio de salarios, resulta más sencillo operar desde un punto de vista monetario con las altas de prestaciones en términos de salarios constantes.

6. Recaudaciones valoradas con precios constantes.

El planteo anterior tiene implícito el supuesto que de la masa salarial varía, cuando se suponen salarios generales constantes, a igual tasa que la asociada al crecimiento del número de cotizantes totales del sistema.

Sin embargo, cuando se incorpora a la proyección el supuesto de variabilidad de los salarios generales por efecto del crecimiento del salario real de la economía, la masa salarial a considerar debe tener la siguiente expresión general:

$$\mathbf{MSR(t) = MSA(t) * SALRAC(t)}$$

De las expresiones anteriores se puede deducir que la tasa de crecimiento de la MSR(t) respecto a MSR(t-1) es igual a la tasa de crecimiento del Producto Interno Bruto del mismo año, que para el escenario básico considerado es en general una al 2% anual constante.

Podemos proyectar además los diversos tipos de recaudación a precios constantes y salarios variables multiplicando las expresiones establecidas en el punto 3, por SALRAC(t), resultando:

$$\begin{aligned} \mathit{RECATOTREAL}(t) &= \mathit{RECATOT}(t) * \mathit{SALRAC}(T) \\ \mathit{RECAAFAPREAL}(t) &= \mathit{RECAAFAP}(t) * \mathit{SALRAC}(T) \\ \mathit{RECAEXONREAL}(t) &= \mathit{RECAEXON}(t) * \mathit{SALRAC}(T) \\ \mathit{RECABPSREAL}(t) &= \mathit{RECABPS}(t) * \mathit{SALRAC}(T) \end{aligned}$$

Que representan respectivamente las recaudaciones reales del año t, potencial total, con destino al régimen de ahorro, exonerada y con destino al régimen solidario.

V. Análisis de la Evolución del monto de Jubilaciones

1. Contenido

En la primera parte se analiza la metodología utilizada para el tratamiento de relaciones que permiten proyectar, los sueldos básicos jubilatorios, el nivel de los importes de las altas por categoría computando los mínimos jubilatorios, para luego plantear la principales funciones que permiten proyectar las diversas variables monetarias asociadas a las jubilaciones

Las proyecciones parten del stock actual incorporándole las jubilaciones generadas a partir de la aplicación de las tasas de jubilaciones a los cotizantes por edad simple y por año.

2. Altas de Jubilados por edad

Los nuevos jubilados de cada año se determinan a partir de los cotizantes del año anterior a los que se les aplican la tasa de jubilación por sexo y edad. Se estiman además las altas por causal utilizando la función de distribución de las altas.¹ A estas las habíamos definido como

$$\mathbf{J(x, e, n, r, c, t) = C(x, e-1, n, r, t-1) * j(x, e) * d(x, c, e)}$$

Tenemos entonces la variable indexada en las diferentes categorías: sexo (x), edad (e), nivel de ingreso (n), el régimen aplicable (r), causal jubilatoria (c), y el tiempo (t).

¹ Capítulo II; Análisis de la Evolución del Número de Jubilados.

3. Sueldo básico Jubilatorio por edad

En el modelo se distinguen cuatro niveles salariales.² Asociados a cada uno de los niveles se establece un salario medio que cambia con la edad del trabajador por la tasa de movilidad vertical. El cómputo del sueldo básico fue de 10 años, el que fue limitado al promedio mensual de los 20 mejores años incrementados en un 5%. Al trabajar sobre el supuesto de que el salario tiene un crecimiento sostenido y constante al final de la vida laboral, para el cálculo de los mejores años se promedian los últimos 20 años obteniendo. Como resultado de esta operación llegamos a la siguiente expresión para el Sueldo Básico Jubilatorio:

$$SBJ(x, e, n, r, c, t) = \min [\text{suma1}(S(x, e, n, t)/10); 1.05 * \text{suma2}(S(x, e, n, t)/20)]$$

Donde suma1 y suma2 representan respectivamente las sumas de los sueldos de los últimos 10 y 20 años de actividad anteriores a la edad e.

Se debe cumplir la siguiente condición adicional:

$$SBJ(x, e, n, r, c, t) \geq \text{suma2}(S(x, e, n, t)/20$$

Puesto que el sueldo básico jubilatorio no puede ser inferior al promedio de los sueldos de los 20 años.

4. Tasa de Reemplazo por edad

En el modelo la tasa de reemplazo se diferencia según la causal jubilatoria y la edad del afiliado al momento de retiro. Así para la jubilación de causal común a los 60 años se ha supuesto una tasa de reemplazo de 51.5%. Esta tiene implícito el supuesto de que el cotizante ha ingresado a la edad media de cotización (22 años) con lo cual tiene 38 años de servicios. Es decir que estamos trabajando con una densidad de cotización de 100%. En el caso de que esta fuera menor, el cotizante no se puede jubilar hasta que no tiene 30 años de servicios. Esto nos estaría dando que a los 60 años con 30 años de servicios y habiendo ingresado a la edad promedio le correspondería una tasa de reemplazo del 45% y una densidad de cotización del 92. La pérdida entre esta tasa de reemplazo y la utilizada es menor al 3%, diferencia que no invalida nuestros cálculos.

Nuestra variable esta indexada en edad y causal:

$$TR(e, c)$$

5. Importe de las jubilaciones iniciales por edad

En la dinámica de la proyección las bajas se producen por fallecimiento. En tal sentido cabe apreciar que el flujo anual de fallecimientos se determina a partir de la aplicación de la tasa de mortalidad a los montos de jubilaciones del stock según las diversas categorías de la siguiente forma:

$$SJ\$ (x, e, r, c, t) = SJ\$(x, e-1, r, c, t-1) * (1-q(x, e, t))$$

donde:

$q(x, e, t)$ es tasa de mortalidad por sexo y edad y año.

² Capítulo II; Escenario base - Análisis de la Evolución de Cotizantes.

Como en el año base la cantidad de afiliados jubilados por el régimen mixto no es significativa, se ha supuesto que el stock de jubilados sea del régimen solidario.

6. Topes Jubilatorios

La ley 16.713 en sus artículos 75 y 76 fija los montos mínimos y máximos de jubilación. Teniendo en cuenta esto se definieron coeficientes que ajustan los montos de las altas de jubilaciones por edad y nivel de ingreso, que definimos como.

$$CMin(e, n)$$

La estimación de los niveles de estos coeficientes se realizó en función de la comparación entre los valores de las altas de afiliados normales y las de quienes se vieron beneficiados por los toques. Este análisis por edad permitió estimar la incidencia promedio de los mínimos en el nivel de las altas por edad (*CMin*). Como se supone que el efecto relativo de las jubilaciones llevadas a mínimo se mantendrá en el futuro, los coeficientes se deberán aplicar al costo de altas normales.

7. Importe de las altas de jubilaciones por edad

Para modelar la evolución del monto de las altas de jubilaciones utilizamos la siguiente expresión:

$$J\$ (x, e, r, c, t) = SBJ (x, e, n, r, c, t) * TR (e, c) * CMin(e, n)$$

Donde:

$J\$ (x, e, r, c, t)$ es igual al monto de altas de jubilaciones por diferentes categorías: sexo (*x*), edad (*e*), el régimen aplicable (*r*), causal jubilatoria (*c*), y el año de proyección (*t*).

8. Importe de las nuevas jubilaciones por edad

Para proyectar el nivel del importe asociado a las nuevas jubilaciones por edad, debemos agregar a las altas a la edad considerada, el importe correspondiente a las jubilaciones del año anterior de un año menos de edad y que haya sobrevivido. Por lo tanto se debe cumplir la siguiente relación:

$$NJ\$ (x, e, r, c, t) = J\$ (x, e, r, c, t) - NJ\$ (x, e-1, r, c, t-1) * (1-q(x, e, t))$$

Donde:

$NJ\$ (x, e, r, c, t)$ es importe total asociado a los jubilados de edad *e* en el año *t*

9. Importe total de jubilaciones por año

El monto total de jubilaciones nuevas de un año lo obtenemos realizando las siguientes sumas:

$$TNJ\$ (x, e, r, c, t) = Sumas (NJ\$ (x, e, r, c, t))$$

Por otra parte, el monto total de las jubilaciones que restan del stock inicial se obtiene de la siguiente expresión:

$$TSJ\$ (x, e, r, c, t) = Sumas (SJ\$ (x, e, r, c, t))$$

Las sumas de cada expresión se realiza para todas las variables, excepto t, por que se debe considerar:

- x suma de hombres y mujeres
- e varía entre 21 y 95 años
- r suma de los regímenes aplicables: solidario y mixto
- c suma de las diferentes causales jubilatorias: invalidez, vejez y edad avanzada

Por lo tanto, el importe total anual de jubilaciones se obtiene sumando las expresiones particulares para todas las combinaciones posibles de las diversas variables intervinientes, excepto “t” que indica el año de la proyección que estamos considerando.

La particularidad de la proyección es que todos los valores que internamente se manejan en los diversos algoritmos y relaciones de recurrencia están expresados en términos de salarios constantes. Esta propiedad es de aplicación puesto que tanto salarios de cotización como las jubilaciones y pensiones del sistema contributivo uruguayo se ajustan en términos generales de acuerdo a la variación del IMSN (Índice Medio de Salarios Nominal). Se opera de esta forma puesto que es posible integrar las altas de cotizantes y de prestaciones a los stocks sin mayores inconvenientes puesto que están expresados en idénticos términos de salarios.

10. Importe total anual de jubilaciones con precios constantes

No obstante, para la presentación de los resultados se integran los crecimientos reales de salarios a todas las variables monetarias, teniendo en cuenta que en análisis de los recursos proyectados se ha definido en tal sentido a la variable SALRAC(t). Por lo tanto, los resultados totales cuando consideramos crecimiento real de salarios son los siguientes:

$$TR\$(t) = (TNJ\$(x, e, r, c, t) + TSJ\$(x, e, r, c, t)) * SALRAC(t)$$

Estos valores tienen especial relevancia cuando se los expresan en términos del Producto Bruto Interno, el cual se supone creciente a precios constantes al 2% anual.

VI. Análisis de la Evolución del monto de Pensiones

1. Contenido

La pensión, como ya se ha explicado, a diferencia de las otras prestaciones, no es sólo una relación que definiríamos de “uno a uno”, ya que el fallecimiento de un activo (o jubilado) genera “una pensión” que puede estar constituida por uno o varios “pensionistas”. Es así que tenemos una “cédula pensionaria”, generada por el fallecido, y constituida por la concurrencia de beneficiarios entre los que se distribuirá la asignación de pensión.

El presente estudio presentan las relaciones funcionales que estiman el nivel de la evolución del importe de las pensiones del stock, las nuevas pensiones según origen y por tipo de causal, la estimación prevista del gastos total.

2. Aspectos metodológicos

Se partió del “stock” de pensiones de sobrevivencia del año 2008, al que se incorporan las nuevas pensiones ocasionadas por un fallecimiento, de acuerdo a las categorías que la generan: activos, pasivos del stock actual de jubilaciones y pasivos de las nuevas

jubilaciones. Las “altas” se determinan a partir de las probabilidades de generar pensión a diferentes edades y según la integración de la cédula pensionaria.

Hay tres condiciones del generante que intervienen en el cálculo: el nivel de ingreso, el sexo y el tipo de beneficiarios (viuda/o, con copartícipe hijo varón, con copartícipe hija mujer o con ambos). La dinámica es compleja porque estas probabilidades no solo difieren al momento de la causal pensionaria sino también porque varían con el cambio de la estructura de la cédula pensionaria en cada año posterior a la fecha de fallecimiento del causante.

3. Pensionistas iniciales del stock

Se parte de la información histórica con la información disponible sobre los pensionistas clasificados por edad simple y sexo, sin apertura por causante ni cédulas pensionarias.

A esta categoría de beneficiarios, para cada edad y sexo, las proyectamos aplicando las probabilidades de sobrevivencia anual que están asociadas a las tablas de mortalidad utilizadas en todo el horizonte de análisis.

$$STOCKPENS\$ (x,e,t) = STOCKPENS\$ (x,e-1,t-1) * (1-TM (x,e-1, t-1))$$

Donde

“x” es el sexo del beneficiario

“e” es la edad del beneficiario, comprendida entre 0 y 99 años

“t” es el año de proyección

TM es la tasa de mortalidad para la edad, sexo y año correspondiente

4. Importes de Altas de nuevas pensiones

Las altas monetarias asociadas a las pensiones de sobrevivencia, pueden tener múltiples beneficiarios (viudas/os, hijas/os, padres, etc.) además de provenir de múltiples tipos de causahabientes (jubilados en curso de pago, nuevas altas de jubilación, activos cotizantes)³. Además en esta caso incide también en nivel monetario individual de las pensiones, el cual depende de si el causante fallece en actividad o cuando está en goce de su jubilación. Por tal motivo dividimos el análisis en estos casos específicos, uno correspondiente a fallecidos en actividad y dos a fallecidos jubilados.

4.1 Causantes Activos fallecidos en el año t

En este caso, es preciso “jubilarse” al fallecido, para ello se debe calcular su Sueldo Básico Jubilatorio SBJ⁴, aplicar la tasa de reemplazo jubilatoria que corresponde y a ese resultado se le aplica el 75% o 66% según las características del grupo de beneficiarios supervivientes, tal cual se estableció precedentemente.

Por lo tanto, en el caso de pensiones generadas por fallecimientos de activos del sistema, en primera instancia se realizó la ficción de que se les jubilaba, encontrando el SBJ correspondiente y su asignación de jubilación, la cual fue la base para determinar su SBP y la asignación de pensión.

La expresión general para la determinación del costo del alta es la siguiente:

$$PA\$_0(x,e,n,r,c,t,y,z,w) = J\$ (x,e,n,r,c,t) * MC((x,e,n,r,t) * TP_0(x,e,y,z,w) * P_0(x,e,y,z,w)$$

³ Capítulo IV; Escenario base - “Análisis de la evolución de pensiones”.

⁴ Capítulo III; Escenario base - “Análisis de la evolución monetaria de jubilaciones”.

Donde:

“x” es el sexo del causante

“e” es la edad del causante al momento del fallecimiento

“n” es el nivel de ingreso del causante

“r” es el régimen

“c” es la causal (en caso de fallecimiento de actividad se aplica la causal invalidez) que en este caso es igual a 1.

“t” es el año de proyección

“y,z,w” son variables binarias asociadas a la condición de tener derecho a la pensión de la/el viuda/o, hijo mayor e hija menor del/de la causante en condiciones de acceder a una pensión.

En cuanto los cuatro factores del segundo miembro de la expresión podemos establecer:

a) $J(x,e,n,r,c,t)$ es igual al importe del alta jubilatoria asociada a los causantes de sexo “x” y edad “e” en el año “t”. Se aplican los mismos criterios que siguen en el análisis de las jubilaciones por causal invalidez. No obstante, en términos generales podemos establecer que el alta individual se calcula a partir de la determinación del Sueldo Básico Jubilatorio al cual se le aplica la tasa de reemplazo jubilatorio correspondiente.

b) $MC(x,e,n,r,t)$ es igual al número de cotizantes fallecidos; expresión definida explícitamente en oportunidad del análisis de la evolución del número de cotizantes.

c) $TP_0(x,e,y,z,w)$ en la proyección esta expresión representa el nivel de la tasa de pensión aplicable a la jubilación del causante. Los valores correspondientes depende de y, z y w, de la siguiente forma:

$$TP\{(1,1,1); (1,1,0); (1,0,1)\} = 0.75$$

$$TP\{(1,0,0); (0,1,1); (0,0,1); (0,1,0)\} = 0.66$$

$$TP\{(0,0,0)\} = 0$$

d) $P_0(x,e,y,z,w)$ expresa la probabilidad de generar pensión a partir del fallecimiento de un afiliado. Esta función fue definida en oportunidad del análisis de la evolución física de los pensionistas.

4.2 Causantes de Jubilados fallecidos en el año t

Para el caso de las altas de pensiones provenientes de las jubilaciones en curso de pago, consideramos por edad simple y sexo los fallecidos del año, con el valor de su jubilación asociada, y obtenemos así el valor de las cédulas pensionarias generadas.

$$PS_0(x,e,n,r,c,t,y,z,w) = MJ(x,e,n,r,t) * TP_0(x,e,y,z,w) * P_0(x,e,y,z,w)$$

Los dos últimos factores de la expresión fueron definidos anteriormente, mientras que el primero expresa, el importe del nivel de jubilaciones de los fallecidos en el año “t” a la edad “e” y de sexo “x”, función definida en oportunidad del análisis del número de jubilados.

Existe una diferencia que no afecta el planteo general anterior, y es que cuando fallece un jubilado del stock inicial no interesa el régimen en que se encuentra puesto que la gran mayoría está comprendida en la leyes anteriores a la 16.713 en una categoría común. Cuando los generantes provienen de los nuevos jubilados, la diferencia con lo descrito consiste en que además de las variables ya mencionadas, contamos con el dato acerca del régimen que los amparaba (mixto o solidario).

5. Importes de pensiones en los siguientes años al alta.

La estimación del importe de pensiones de uno o más años siguiente al año de alta, no se calcula de igual forma de que el de las jubilaciones, donde basta aplicar tasas de mortalidad a los sobrevivientes para obtenerlas, y por ende los importes jubilatorios correspondientes. Ello es posible porque para el caso de jubilaciones hemos supuesto una sola causal de baja: la muerte.

Cuando consideramos las pensiones, al existir cambios en la estructura familiar que no depende de la mortalidad e inclusive como existen además probabilidades conjuntas de muerte de ese grupo, el tratamiento de los años siguientes es más complejo.

Para ello fue necesario recalcular la probabilidad de tener derecho a pensión en los años siguientes al fallecimiento. En el análisis realizado en oportunidad de evaluar el número de pensiones y pensionistas definimos la función $P_d(y,z,w)$ que indica la probabilidad deseada para el año "n" de la muerte del causante ante diversos valores de y,z,w.

Podemos ahora, calcular el importe de las pensiones, por fallecimiento de activos, generadas años anteriores de la siguiente forma, ante fallecimientos a la edad e en el año t:

$$PA\$_d(x,e+d,n,r,c,t+d, y,z,w) = J\$_d(x,e,n,r,c,t) * MC((x,e,n,r,t)) * TP_d(x,w+sy,z,w) * P_d(x,e+d,y,z,w)$$

Con los pensionistas surgidos como consecuencia de fallecimiento de pasivos la expresión sería la siguiente:

$$PJ\$_d(x,e+d,n,r,c,t+d,y,z,w) = MJ\$_d((x,e,n,r,t)) * TP_d(x,e+d,y,z,w) * P_d(x,e+d,y,z,w)$$

Estas expresiones se calculan para los diversos años de la proyección y por sexo, y según el afiliados estuviere en actividad o en goce de pasividad.

Se recalca que las expresiones anteriores indican los importes generados a partir del fallecimiento de un afiliado de edad "e" en el año "t", por lo que en el año "t+d" el causante hubiera tenido "e+d" años. Como desde el fallecimiento han transcurrido "d" años, TP y P deben reflejar en el año "t+d" tanto las probabilidades de pensión como las tasas de pensión correspondiente al grupo familiar.

6. Importes de Altas acumuladas de pensiones por edad

El cálculo de las altas acumuladas año a año en la proyección cuentan con una dificultad adicional: debemos considerar la acumulación de los diferentes estados en los que puede encontrarse cada pensionista en cada momento de la proyección.

Es así que, por ejemplo en el año 2, para una tipología dada (por ejemplo: pensión de viuda únicamente), deberemos considerar el valor del alta que se generó en el año anterior revaluado, al que le sumaremos el valor del alta que se generó en el año en curso, a valores de dicho año. Trataremos de ejemplificarlo, para que sea más simple de entender:

Esquema del Nivel de importes por edad del causante y año

	EDAD	Año t	Año t+1	Año t+2	Año t+3
Altas de año t	e	aa	bb	cc	dd
Altas de año t+1	e+1	--	a'a'	b'b'	c'c'
Altas de año t+3	e+2	--	--	a''a''	b''b''

Las expresiones aa son iguales a la definida para las altas en el año de fallecimiento del causante y las bb, cc y dd son iguales a los importes asociados a las pensiones correspondientes a los años siguientes de esas altas, cuyas expresiones las definimos en el punto anterior.

Por otra parte, en este ejemplo, las altas acumuladas del año t+1 para la edad e+1 del causante, se obtienen sumando (bb+a'a'), cada una al valor que corresponda de acuerdo a las definiciones dadas anteriormente.

En este caso la expresión resultante para el ejemplo sería, para el caso de pensionistas de activos fallecidos, igual a:

$$PA\$_0(x,e+1,n,r,c,t+1, y,z,w) + PA\$_1(x,e+1,n,r,c,t+1, y,z,w)$$

Genéricamente, podemos plantear los importes asociados a cédulas pensionarias para las diversas edades de los causantes de la siguiente forma:

$$SPA\$(x,e,n,r,c,t, y,z,w) = \sum_j (PA\$_j(x,e,n,r,c,t, y,z,w))$$

La suma de las expresiones PA\$ se realiza para j comprendido entre j=0 y J=f-e, donde f es el final de la tabla de mortalidad correspondiente.

Si consideramos a pensiones asociadas al fallecimiento de pasivos la expresión sería igual a:

$$SPJ\$(x,e,n,r,c,t, y,z,w) = \sum_j (PJ\$_j(x,e,n,r,c,t, y,z,w))$$

También la sumatoria se debe realizar para j comprendido entre j=0 y J=f-e, donde f es el final de la tabla de mortalidad correspondiente.

7. Importe total anual de pensiones con salarios constantes

El importe total anual de pensiones se obtiene sumando las expresiones anteriores para todas las combinaciones posibles de las diversas variables intervinientes, excepto "t" que indica el año de la proyección que estamos considerando.

$$SPT\$(t) = \text{SUMAS}(SPA\$(x,e,n,r,c,t,y,z,w) + SPJ\$(x,e,n,r,c,t,y,z,w))$$

La particularidad de la proyección es que todos los valores que internamente se manejan en los diversos algoritmos y relaciones de recurrencia están expresados en términos de salarios constantes. Esta propiedad es de aplicación puesto que tanto salarios de cotización como las jubilaciones y pensiones del sistema contributivo uruguayo se ajustan en términos generales de acuerdo a la variación del IMSN (Índice Medio de Salarios Nominal). Se opera de esta forma puesto que es posible integrar las altas de cotizantes y de prestaciones a los stocks sin mayores inconvenientes puesto que están expresados en idénticos términos de salarios.

8. Importe total anual de pensiones con precios constantes.

No obstante, para la presentación de los resultados de los importes se integran los crecimientos reales de salarios a todas las variables monetarias, teniendo en cuenta que en el análisis de los recursos proyectados se ha definido en tal sentido a la variable **SALRAC(t)**. Por lo tanto, los resultados totales cuando consideramos crecimiento real de salarios son los siguientes:

$$SPTR\$(t) = SPT\$(t) * SALRAC(t)$$

Estos valores tienen especial relevancia cuando se los expresan en términos del Producto Bruto Interno, el cual se supone creciente a precios constante al 2% anual.

VII. Análisis global

1. Contenido

La consolidación de los recursos y erogaciones del régimen previsional, comprende la evaluación de recursos por aportes jubilatorios, la cuota parte de impuestos afectados y las prestaciones de jubilaciones, pensiones, subsidios para expensas funerarias, subsidios transitorios, rentas permanentes y los correspondientes gastos de administración.

Seguidamente se plantean los principales funciones asociadas a cada uno de los conceptos de ingresos que deben ser integrados en la consolidación final.

2. Recursos propios

Se considera los recursos por aportes afectados a solidaridad (personales, patronales jubilatorios) y los impuestos afectados al BPS.

2.1 Cotizaciones de Aportes al Régimen Solidario

Como hemos visto, los aportes se determinan a partir de las tasas de cotización, los salarios promedio y el número de cotizantes, de forma que la masa salarial total evolucione a la misma tasa que el PBI. La masa salarial cambia con los salarios reales y los puestos de trabajo cotizantes. Sin embargo, como sólo parte de esa masa salarial queda afectada al BPS, las contribuciones al régimen solidario tienen una evolución descendente en términos de PBI, como consecuencia del aumento sostenido del número de afiliados que opta por integrarse al régimen de ahorro individual

La función que expresa la recaudación referida⁵, es la siguiente:

$$RECABPSREAL(t)$$

Esta función expresa la recaudación del BPS en valores constantes del año 2008.

2.2 Impuestos afectados.

El IVA evoluciona con el nivel de actividad económica. Del total del IVA afectado al BPS (7 puntos de la tasa básica) se asigna al régimen jubilatorio contributivo una proporción determinada.

⁵ Ver Capítulo IV

Por lo tanto podemos plantear la siguiente expresión para la estimación de los impuestos:

$$IA(t) = IVA(0) * CRECIPBI(t)$$

Donde :

- IVA(0) es el impuesto afectado del año base
- CRECIPBI(t) es la tasa de crecimiento real acumulado del PBI entre el año base y el año t.

3. Prestaciones y gastos de funcionamiento

3.1 Importes de jubilaciones.

Se simularon solo las jubilaciones del régimen solidario. Las proyecciones parten del stock actual y se incorporan los importes de las jubilaciones generadas a partir de la aplicación de las tasas de jubilaciones a los cotizantes por edad simple y por año. En la dinámica de la proyección las bajas se producen por fallecimiento.

La función que asociada al total de gastos en jubilaciones fue la siguiente 6:

$$TR\$(t)$$

Estos valores tienen especial relevancia cuando se los expresan en términos del Producto Bruto Interno, el cual se supone creciente a precios constantes.

3.2 Importe anual de pensiones.

Al igual que las jubilaciones, se parte del stock actual de pensiones al que se incorporan las nuevas pensiones por el fallecimiento de las categorías que la generan (activos, pasivos del stock actual de jubilaciones y pasivos de las nuevas jubilaciones). Las altas se determinan a partir de las probabilidades de generar pensión a diferentes edades y según la integración de la cédula pensionaria. Si bien la dinámica es compleja porque estas probabilidades no solo difieren al momento de la causal pensionaria sino también porque varían con el cambio de la estructura de la cédula pensionaria en cada año posterior a la fecha de fallecimiento del causante, se ha podido plantear la siguiente expresión única para el costo asociado a este tipo de prestación 7:

$$SPTR\$(t)$$

Estos valores están expresados en precios constantes del año 2008.

3.3 Otras prestaciones y gastos de funcionamiento.

Los egresos correspondientes a las otras prestaciones (subsídios por expensas funerarias, subsidios transitorios, etc.) y los gastos de administración asociados, se proyectaron como una proporción de los egresos por jubilaciones y pensiones. Estos coeficientes se determinaron a partir de los datos efectivos del año 2008 y se mantiene constante a lo largo de toda la proyección.

Por lo tanto, podemos plantear las dos siguientes funciones:

⁶ ver Capítulo V

⁷ ver Capítulo VI

$$GA(t) = [TR\$(t)+ SPTR\$(t)] * KGA$$

$$OP(t) = [TR\$(t)+ SPTR\$(t)] * KOP$$

Donde :

- GA(t) y OP(t) son los gastos de administración y otras prestaciones del año t
- KGA y KGP son las constantes de gastos de administración y de otras prestaciones calculadas para el año base.

4. Déficit del régimen IVS contributivo.

De la consolidación de ingresos por aportes e impuestos afectados y los egresos por prestaciones y gastos de funcionamiento, se determina anualmente el resultado financiero que, en el caso de déficit, tiene que ser cubierto con asistencia financiera del gobierno central.

Las expresión final del déficit anual puede ser planteada como:

$$DÉFICIT(t) = EGRESOS(t) - INGRESOS (t)$$

Donde :

$$\begin{aligned} - EGRESOS(t) &= TR\$(t) + SPTR\$(t) + GA(t) + OP(t) \\ - INGRESOS(t) &= RECABPSREAL(t) + IA (t) \end{aligned}$$

Puesto que por una parte los ingresos están compuestos de la recaudación de aportes del sistema solidario y los impuestos afectados a este régimen y por otro, en los egresos se computan las prestaciones jubilatorias, las pensionarias y las otras prestaciones menores (por ejemplo subsidios por expensas funerarias) y los gastos de administración.

Por otra parte, todos los valores monetarios que figuran en todas las expresiones anteriores están expresados en valores constantes, términos de precios, computando como año base el IPC del año 2008.

Anexo I

NOTACIONES UTILIZADAS PARA EL CÁLCULO DE PROBABILIDADES DE GENERAR PENSIONES

Probabilidades conjunta de vida de esposa, hijo e hija supérstites en el año z del fallecimiento

$v_{vv}(edad, z)$ = PROBABILIDAD DE QUE VIVAN ESPOSA, HIJO E HIJA

$v_{vm}(edad, z)$ = PROBABILIDAD DE QUE VIVAN ESPOSA, HIJO Y MUERA LA HIJA

$v_{mv}(edad, z)$ = PROBABILIDAD DE QUE VIVAN ESPOSA, MUERA EL HIJO Y VIVA LA HIJA

$v_{mm}(edad, z)$ = PROBABILIDAD DE QUE VIVAN ESPOSA, MUERAN EL HIJO Y LA HIJA

$mv_{v}(edad, z)$ = PROBABILIDAD DE QUE MUERA LA ESPOSA, VIVAN HIJO E HIJ

$mv_{m}(edad, z)$ = PROBABILIDAD DE QUE MUERA LA ESPOSA, VIVA EL HIJO Y MUERA LA HIJA

$mm_{v}(edad, z)$ = PROBABILIDAD DE QUE MUERA LA ESPOSA, MUERA EL HIJO Y VIVA LA HIJA

$mmm(edad, z)$ = PROBABILIDAD DE QUE MUERAN LA ESPOSA, EI HIJO Y LA HIJA

Probabilidad de tener esposa al fallecimiento

$probEsposa(edad, 1)$ = Probabilidad de tener una esposa de “edad –3” con derecho a pensión

Probabilidad de tener un hijo vivo de “edad –27” al fallecimiento

$ProbHijo(edad-27)=LH(edad-27)/LH(0)$

Se supone que tiene un hijo varón a los 27 años de edad

Probabilidad de tener un hijo vivo de “edad –30” al fallecimiento

$ProbHija(edad-30)= LH(edad-30)/LH(0)$

Se supone que tiene una hija a los 30 años de edad

Probabilidad de vida de un año más:

$PM(y) = LM(y)/LM(y-1)$ Si es mujer

$PH(y) = LH(y)/LH(y-1)$ Si es hombre

Anexo II

PROBABILIDADES BASICAS AL FALLECIMIENTO DE UN CAUSANTE MASCULINO

(Años completos de edad al fallecimiento del causante de la pensión = "edad")

* Para edad <= 27

$v_{vv}(edad, 1) = 0$
 $v_{vm}(edad, 1) = 0$
 $v_{mv}(edad, 1) = 0$
 $v_{mm}(edad, 1) = probEsposa(edad, 1)$
 $m_{vv}(edad, 1) = 0$
 $m_{vm}(edad, 1) = 0$
 $m_{mv}(edad, 1) = 0$
 $m_{mm}(edad, 1) = 1 - probEsposa(edad, 1)$

*Para 27 < edad <= 30

$v_{vv}(edad, 1) = 0$
 $v_{vm}(edad, 1) = probEsposa(edad, 1) * LH(edad - 27) / LH(0)$
 $v_{mv}(edad, 1) = 0$
 $v_{mm}(edad, 1) = probEsposa(edad, 1) * (1 - LH(edad - 27) / LH(0))$
 $m_{vv}(edad, 1) = 0$
 $m_{vm}(edad, 1) = (1 - probEsposa(edad, 1)) * LH(edad - 27) / LH(0)$
 $m_{mv}(edad, 1) = 0$
 $m_{mm}(edad, 1) = (1 - probEsposa(edad, 1)) * (1 - LH(edad - 27) / LH(0))$

* Para edad > 30 And edad < 27 + 21

$v_{vv}(edad, 1) = probEsposa(edad, 1) * LH(edad-27) / LH(0) * LM(edad-30) / LM(0)$
 $v_{vm}(edad, 1) = probEsposa(edad, 1) * LH(edad-27) / LH(0) * (1 - LM(edad-30) / LM(0)) / LEDADM(0)$
 $v_{mv}(edad, 1) = probEsposa(edad, 1) * (1 - LH(edad-27) / LH(0)) * LM(edad-30) / LM(0)$
 $v_{mm}(edad, 1) = probEsposa(edad, 1) * (1 - LH(edad-27) / LH(0)) * (1 - LM(edad-30) / LM(0))$
 $m_{vv}(edad, 1) = (1 - probEsposa(edad, 1)) * LH(edad-27) / LH(0) * LM(edad-30) / LM(0)$
 $m_{vm}(edad, 1) = (1 - probEsposa(edad, 1)) * LH(edad-27) / LH(0) * (1 - LM(edad-30) / LM(0))$
 $m_{mv}(edad, 1) = (1 - probEsposa(edad, 1)) * (1 - LH(edad-27) / LH(0)) * LM(edad-30) / LM(0)$
 $m_{mm}(edad, 1) = (1 - probEsposa(edad, 1)) * (1 - LH(edad-27) / LH(0)) * (1 - LM(edad-30) / LM(0))$

*Para edad >= 27 + 21 And edad < 30 + 21

$v_{vv}(edad, 1) = 0$
 $v_{vm}(edad, 1) = 0$
 $v_{mv}(edad, 1) = probEsposa(edad, 1) * LM(edad-30) / LM(0)$
 $v_{mm}(edad, 1) = probEsposa(edad, 1) * (1 - LM(edad-30) / LM(0))$
 $m_{vv}(edad, 1) = 0$
 $m_{vm}(edad, 1) = 0$
 $m_{mv}(edad, 1) = (1 - probEsposa(edad, 1)) * LM(edad-30) / LM(0)$
 $m_{mm}(edad, 1) = (1 - probEsposa(edad, 1)) * (1 - LM(edad-30) / LM(0))$

*Para edad $\geq 30 + 21$

$v_{vv}(\text{edad}, 1) = 0$

$v_{vm}(\text{edad}, 1) = 0$

$v_{mv}(\text{edad}, 1) = 0$

$v_{mm}(\text{edad}, 1) = \text{probEsposa}(\text{edad}, 1)$

$m_{vv}(\text{edad}, 1) = 0$

$m_{vm}(\text{edad}, 1) = 0$

$m_{mv}(\text{edad}, 1) = 0$

$m_{mm}(\text{edad}, 1) = (1 - \text{probEsposa}(\text{edad}, 1))$

Anexo III

PROBABILIDADES BASICAS AL SEGUNDO AÑO DEL FALLECIMIENTO DEL CAUSANTE Y SIGUIENTES (z >1)

$$vvv(\text{edad}, z) = PM(\text{EdadEsposa}(\text{edad}, 1) + Z - 2) * PH(\text{edad}-27+ Z - 2) * PM(\text{Edad}-30 + Z - 2) * vvv(\text{edad}, z - 1)$$

$$vvm(\text{edad}, z) = PM(\text{EdadEsposa}(\text{edad}, 1) + Z - 2) * PH(\text{Edad}-27 + Z - 2) * vvm(\text{EDAD}, Z - 1) + PM(\text{EdadEsposa}(\text{edad}, 1) + Z-2) * PH(\text{Edad}-27 + Z - 2) * (1 - PM(\text{Edad}-30+Z-2)) * vvv(\text{EDAD}, Z - 1)$$

$$vmv(\text{edad}, z) = PM(\text{EdadEsposa}(\text{edad}, 1) + Z - 2) * PM(\text{Edad}-30 + Z - 2) * vmv(\text{EDAD}, Z - 1) + PM(\text{EdadEsposa}(\text{edad}, 1) + Z - 2) * (1 - PH(\text{Edad}-27+Z-2)) * PM(\text{Edad}-30 + Z - 2) * vvv(\text{EDAD}, Z - 1)$$

$$vmm(\text{edad}, z) = PM(\text{EdadEsposa}(\text{edad}, 1)+Z-2) * vmm(\text{EDAD}, Z-1) + PM(\text{EdadEsposa}(\text{edad}, 1)+ Z-2) * (1-PM(\text{Edad}-30+Z-2))*vmv(\text{EDAD}, Z-1)+PM(\text{EdadEsposa}(\text{edad}, 1)+ Z-2)*(1-PH(\text{Edad}-27+Z-2))* vvm(\text{EDAD}, Z-1)+PM(\text{EdadEsposa}(\text{edad}, 1)+Z-2)* (1- PH(\text{Edad}-27+ Z-2)) * (1-PM(\text{Edad}-30 + Z -2)) * vvv(\text{EDAD}, Z - 1)$$

$$mvv(\text{edad}, z) = PH(\text{Edad}-27+Z-2)*PM(\text{Edad}-30+ Z-2)*mvv(\text{EDAD}, Z- 1)+(1-PM(\text{EdadEsposa}(\text{edad}, 1) + Z-2))* PH(\text{Edad}-27+Z-2) * PM(\text{Edad}-30+ Z - 2) * vvv(\text{EDAD}, Z - 1)$$

$$mvm(\text{edad}, z) = PH(\text{Edad}-27 +z-2)*mvm(\text{EDAD}, Z -1)+PH(\text{Edad}-27+ z - 2)* (1-PM(\text{Edad}-30+ z - 2)) * mvv(\text{EDAD}, z- 1)+ (1-PM(\text{EdadEsposa}(\text{edad}, 1)+ z-2)) * PH(\text{Edad}-27+ z - 2)* vvm(\text{EDAD}, Z-1)+(1- PM(\text{EdadEsposa}(\text{edad}, 1)+ z-2)) * PH(\text{Edad}-27 + z - 2) * (1 - PM(\text{Edad}-30 + z - 2)) * vvv(\text{EDAD}, z - 1)$$

$$mmv(\text{edad}, z) = PM(\text{Edad}-30+ Z-2)*mmv(\text{EDAD}, Z-1)+ (1- PH(\text{Edad}-27 + Z - 2)) * PM(\text{Edad}-30 + Z - 2) * mvv(\text{EDAD}, Z-1) + (1- PM(\text{EdadEsposa}(\text{edad}, 1)+ Z- 2))* PM(\text{Edad}-30+Z-2)* vmv(\text{EDAD}, Z- 1)+ (1-PM(\text{EdadEsposa}(\text{edad}, 1) + Z -2))* (1- PH(\text{Edad}-27 + Z - 2)) * PM(\text{Edad}-30 + Z - 2) * vvv(\text{EDAD}, Z - 1)$$

$$mmm(\text{edad}, z) = (1 - PM(\text{Edad}-30+ Z-2)) * mmv(\text{EDAD}, Z - 1) + mmm(\text{EDAD}, Z - 1) + (1 - PH(\text{Edad}-27 + Z - 2)) * mvm(\text{EDAD}, Z - 1) + (1 - PH(\text{Edad}-27 + Z - 2)) * (1 - PM(\text{Edad}-30 + Z - 2)) * mvv(\text{EDAD}, Z - 1) + (1 - PM(\text{EdadEsposa}(\text{edad}, 1) + Z - 2)) * vmm(\text{EDAD}, Z - 1) + (1 - PM(\text{EdadEsposa}(\text{edad}, 1) + Z - 2)) * (1 - PM(\text{Edad}-30 + Z - 2)) * vmv(\text{EDAD}, Z - 1) + (1 - PM(\text{EdadEsposa}(\text{edad}, 1) + Z - 2)) * (1 - PH(\text{Edad}-27 + Z - 2)) * vvm(\text{EDAD}, Z - 1) + (1 - PM(\text{EdadEsposa}(\text{edad}, 1) + Z - 2)) * (1 - PH(\text{Edad}-27 + Z - 2)) * (1 - PM(\text{Edad}-30 + Z - 2)) * vvv(\text{EDAD}, Z - 1)$$

Para (edad-27 + Z - 2) >21

$$vmv(\text{edad}, z) = vmv(\text{edad}) + vvv(\text{edad})$$

$$vvv(\text{edad}, z) = 0$$

$$vmm(\text{edad}, z) = vmm(\text{edad}) + vvm(\text{edad})$$

$$vvm(\text{edad}, z) = 0$$

$$mmv(\text{edad}, z) = mmv(\text{edad}) + mvv(\text{edad})$$

$$mvv(\text{edad}, z) = 0$$

$$mmm(\text{edad}, z) = mmm(\text{edad}) + mvm(\text{edad})$$

$$\text{mvm}(\text{edad}, z) = 0$$

Para $(\text{edad} - 30 + Z - 2) \geq 21$

$$\text{vmm}(\text{edad}, z) = \text{vmm}(\text{edad}) + \text{vmv}(\text{edad})$$

$$\text{vmv}(\text{edad}, z) = 0$$

$$\text{mmm}(\text{edad}, z) = \text{mmm}(\text{edad}) + \text{mmv}(\text{edad})$$

$$\text{mmv}(\text{edad}, z) = 0$$